M.S-4

संख्याओं की घातें, विभाजनीयता और आवर्त दामलव एवं वैदिक गणित के सूत्रों एवं उपसूत्रों की उपादेयता

ए0के0 भार्मा, एस0के0 श्रीवास्तव * एवं कैला ।
भौतिक विज्ञान विभाग, ब्रह्मानन्द महाविद्यालय, राठ, हमीरपुर, उ0प्र0 , 210431
* भौतिक विज्ञान विभाग, बुन्देलखण्ड वि वविद्यालय,झांसी, उ0प्र0 , 284 128

जगद्गुरू भांकराचार्य स्वामी भारती कृश्ण तीर्थ जी महाराज द्वारा लिखित पवित्र ग्रन्थ वैदिक गणित, छात्रों, अध्यापकों, इंजीनियरों एवं अन्य के बीच लोकप्रिय है।वैदिक गणित के सूत्रों एवं उपसूत्रों के प्रयोग से गणित अत्यन्त सरल, सहज एवं बोधगम्य हो जाता है। वैदिक गणित के सूत्रों एवं उपसूत्रों का प्रयोग अन्य संख्या पद्धतियों (यथा द्विअंकीय, चतुर्अंकीय, अश्टअंकीय, ाोड ाअंकीय) में भी प्रभावी है। प्रस्तुत कार्य में ाोड ाअंकीय प्रणाली में संख्याओं की घातें (तीन, चार एवं पांच), विभाजनीयता एवं आवर्त द ामलव की विवेचना वैदिक गणित के सूत्रों एवं उपसूत्रों की उपादेयता एवं सक्षमता को प्रकट करते हुये की गई है। वैदिक गणित के सूत्रों निखिलं नवतः चरमं द ातः (सभी को सर्वोच्च अंक से एवं अंतिम को आधार से), एकन्यूनेन पूर्वेण (पूर्व से एक कम द्वारा) ऐकाधिकेन पूर्वेण (पूर्व से एक अधिकद्वारा)एवं उपसूत्रों आनुरूप्येण (अनुपात द्वारा) का उपयोग प्रस्तुत अध्ययन में किया गया है। यह देखकर आ चर्य होता है कि वैदिक गणित के सूत्र ाोड ाअंकीय प्रणाली में भी सक्षम एवं प्रभावी है। कुछ फलदायक एवं महत्वपूर्ण परिणामों को सोदाहरण समझाया गया है।

1. प्रस्तावना :

विगत भाताब्दी से जीवन के प्रत्येक क्षेत्र में संगणक का उपयोग परिलक्षित होता है। यद्यपि जनसाधारण इसके लाभों से वंचित है तथापि वैज्ञानिकों, गणितज्ञों एवं भिन्न भिन्न क्षेत्रों में लगे तंत्रविदों के लिये संगणक आज सबके जीवन का महत्वपूर्ण हिस्सा है। संगणक की विभिन्न अंक प्रणालियां द्विअंकीय, चतुर्अंकीय, अश्टअंकीय एवं ाोडश अंकीय हैं। गणितीय आकलन के लिये ाोडशअंकीय प्रणाली बहुत उपयोगी है। इस तथ्य को दृश्टिगत रखते हुये प्रस्तुत लेख में ाोड ाअंकीय प्रणाली में संख्याओं की घातें (तीन, चार एवं पांच), विभाजनीयता एवं आवर्त द ामलव की विवेचना की गई है। वैदिक गणित के सूत्रों (1) निखलं नवतः चरमं द ातः (2) एकाधिकेन पूर्वेण (3) एकन्यूनेन पूर्वेण (4) परावर्त्य योजयेत् एवं उपसूत्रों (1) विलोकनम् (2) आनुरूप्येण का उपयोग प्रस्तुत लेख में किया गया है।

2. पारिभाशिक भाब्दावली :

2.1. अंक, आधार, आधार संख्या एवं उपाधार संख्या :

वैदिक गणित के "एकाधिकेन पूर्वेण" (पूर्व से एक अधि ाक द्वारा) सूत्र का उपयोग करते हुये प्रत्येक संख्या पद्धति के अंकों को आरोही क्रमों में ज्ञात किया जाता है। प्रत्येक अंक प्रणाली में 0 (ून्य) से लेकर (X-1) तक अंक होते हैं। अर्थात $S_x = \{0, 1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots (X-1)\}$, $X \geq 2$ जहॉ X आधार एवं (X-1) सर्वोच्च अंक है। X^n एवं $a X^n$ को कम ाः आधार संख्या एवं उपाधार संख्या कहा जाता है, जहॉ n घातांक एवं $a \in S_x$, $a \neq 1$ है। एक मात्र द्विअंकीय प्रणाली ही उपाधार संख्याविहीन संख्या पद्धति है।

2.2 धनात्मक, ऋणात्मक, रेखा एवं परममित्र अंक :

(क) 0, 1, 2 ..... (X-1) को धनात्मक अंक कहा जाता है।
(ख) –0, -1,-2 ,..., - (X-1) को ऋणात्मक अंक कहा जाता है।
(ग) ऋणात्मक चिन्ह को अंक के ऊपर अर्थात $a, a \in S_x$ प्रयुक्त करने पर रेखांक प्राप्त होता है।

(घ) जिन संख्याओं का योग आधार के तुल्य होता है, वह परममित्र अंक कहलाते हैं।

2.3 साधारण एवं यौगिक संख्या :

धनात्मक अंकों से मिलकर बनी संख्या साधारण संख्या कहलाती है। धनात्मक एवं रेखा अंकों से मिलकर बनी संख्या यौगिक संख्या कहलाती है।

2.4 साधारण संख्या का यौगिक संख्या में रूपान्तरण :

जब साधारण संख्या में ऐसे अंक होते हैं जो $X/2$ से बड़े होते हैं तो "निखिलं नवतः चरमं द ातः [सबको नौ (सर्वोच्च अंक) से, अंतिम को दस (आधार) से घटाना] एवं "एकाधिकेन पूर्वेण" सूत्रों का उपयोग करते हुये साधारण संख्या को यौगिक संख्या में रूपांतरित किया जाता है। सूत्र निखिलं नवतः चरमं द ातः" का व्यापक अर्थ है "सबको सर्वोच्च अंक से एवं अंतिम को आधार से घटाना"। रूपान्तरित करने के क्रियापद निम्नवत है "सर्वप्रथम बड़े अंकों के युग्मों का निर्धारण किया जाता है तत्प चात प्रत्येक युग्म के सभी अंकों को सर्वोच्च अंक से तथा इकाई (अंतिम) को आधार से घटाया जाता है एवं इनके स्थान पर रेखांक लिखे जाते हैं तदुपरान्त प्रत्येक युग्म के पूर्ववर्ती अंक का एक अधिक लिखा जाता है, यथा

(क) ;10म्23 ।ठक्द्ध$_{16}$ त्र;111124 543द्ध$_{16}$
(ख) ;2ब्ब्ब्ब्द्ध$_{16}$ त्र; 30001 द्ध$_{16}$
(ग) ; ।म्6ब्ठक्ब्थ्द्ध$_{16}$ त्र;152734231द्ध$_{16}$
(घ) ;3 ।।96 ।द्ध$_{16}$ त्र ;45577 54द्ध$_{16}$

2.5 यौगिक संख्या का साधारण संख्या में रूपान्तरण :

यौगिक संख्या का साधारण संख्या में रूपान्तरण "निखिलं नवतः चरमं द ातः" एवं "एकन्यूनेन पूर्वेण" ;पूर्व से एक कम द्वारा द्ध सूत्रों का उपयोग करते हुये निम्नवत किया जाता है :–

सर्वप्रथम रेखांक युग्मों का निर्धारण किया जाता है तत्प चात प्रत्येक युग्म के सभी अंकों को सर्वोच्च अंक से तथा इकाई अंक को आधार से घटाया जाता है तथा इनके स्थान पर धनात्मक अंक लिखे जाते हैं तदुपरांत प्रत्येक युग्म के पूर्ववर्ती अंक का एक कम लिखा जाता है। यथा –

(क) ;56216425द्ध$_{16}$ त्र ;55क्थ्ठक्ठद्ध$_{16}$
(ख) ; 1 23 ।ठ 052द्ध$_{16}$ त्र . ;1 23 ।ठ 052 द्ध$_{16}$
त्र . ;क्व।थ।म्द्ध$_{16}$
(ग) ;2 03 1 01 द्ध$_{16}$ त्र ;1थ्व 0 थ्थद्ध$_{16}$
(घ) ;1 0314 041 द्ध$_{16}$ त्र ;थ्ब्ठथ्थद्ध$_{16}$

2.6 बीजांक :

किसी संख्या के अंकों का एक अंकीय योगफल बीजांक कहलाता है। यथा

(क) $(AB1203A)_{16} = (A+B+1+2+0+3+A)_{16}$
$= (25)_{16}$
$= (7)_{16}$

(ख) $(2\ FFFF)_{16} = (2+F+F+F+F)_{16}$
$= (3E)_{16} = (3 + E)_{16}$
$= (11)_{16} = (2)_{16}$

Vijnana Bharati

(ग) $(58ABCDF)_{16}$ $= (5+8+A+B+C+D+F)_{16}$
$= (4A)_{16} = (4+A)_{16}$
$= (E)_{16}$

(घ) $(69EABCD)_{16}$ $= (6+9+E+A+B+C+D)_{16}$
$= (4B)_{16} = (4+B)_{16}$
$= (F)_{16}$

बीजांक का उपयोग उत्तर की परि ुद्धता के परीक्षण में किया जाता है जो संकिया संख्याओं के मध्य की जाती है वही संकिया संख्याओं के बीजांकों के मध्य की जाती है। यदि दोनों परिणामों के बीजांक समान होते हैं, तो उत्तर परि ुद्ध होता है। बीजांक अल्पतम (ून्य) एवं सर्वोच्च अंक की त्रुटि को इंगित नहीं करता है यदि संख्या में अंकों के स्थान परस्पर बदल जाते हैं तो वह भी त्रुटि पता नहीं चलेगी।

2.7 विचलन :

संख्या एवं निकटतम आधार संख्या अथवा उपाधार संख्या का अंतर विचलन कहलाता है। यथा

(क) संख्या $(100B)_{16}$ आधार संख्या = 1000
विचलन =00B

(ख) संख्या 200A, उपाधार संख्या = 2000
विचलन = 00A

(ग) $(FFFF)_{16} = (1000\ 1)_{16}$ आधार संख्या = 10000
विचलन = 00 01

2.8 द्वन्द्वयोग :

स्थान वि ेश (X^n) हेतु मान निकालना द्वन्द्वयोग कहलाता है।

3. संख्याओं के उच्च घात :

3.1 घन :

बायॉं भाग = (अनुपात)^2 (उपाधार संख्या + 3 x विचलन)
मध्य भाग = 3 (अनुपात) (विचलन)^2
दायॉं भाग = (विचलन)^3

(च) X = 16, आधार संख्या = 1000, उपाधार संख्या = 2000, अनुपात = 2

$(200A)^3 = (2)^2 \{2000 + 3 \times 00A\} \mid 3(2)\ (00A)^2 \mid (00A)^3$
$= 4\ (201\ E) \mid 6\ (64) \mid 3E8$
$= 8078 \mid 258 \mid 3E8$
$= 80782583E8$

(छ) X = 16 , आधार संख्या = 1000

$(100A)^3 = 1000 + 3 \times 00A \mid 3\ (00A)^2 \mid (00A)^3$
$= 101E \mid 3\ (64) \mid 3E8$
$= 101E \mid 12C \mid 3E8$
$= 101E12C3E8$

3.2 चतुर्थ घात :

बायॉं भाग = (अनुपात)^3 {उपाधार संख्या + 4 x विचलन}

परिबायॉं भाग = 6 (अनुपात)^2 (विचलन)^2
पूर्व दायॉं भाग = 4 (अनुपात) (विचलन)^3
दायॉं भाग = (विचलन)^4

(च) X = 16 ,आधार संख्या = 1000, उपाधार संख्या = 2000, अनुपात = 2

$(2001)^4 = (2)^3 \{2000 + 4 \times 001\} \mid 6(2)^2\ (001)^2 \mid 4\ (2)\ (001)^3 \mid (001)^4$
$= 8\ (2004) \mid 018 \mid 008 \mid 001$
$= 10020018008001$

(छ) X = 16 , आधार संख्या = 1000

$(1003)^4 = 1000 + 4 \times 003 \mid 6\ (003)^2 \mid 4\ (003)^3 \mid (003)^4$
$= 100\ C \mid 036 \mid 06C \mid 051$
$= 100C\ 03606C051$

3.3 पंचम घात :

बायॉं भाग = (अनुपात)^4 {उपाधार संख्या + 5 x विचलन}
परिबायॉं भाग = A (अनुपात)^3 (विचलन)^2
मध्य भाग = A (अनुपात)^2 (विचलन)^3
पूर्व दायॉं भाग = 5 (अनुपात) (विचलन)^4
दायॉं भाग = (विचलन)^5

(च) X = 16, आधार संख्या = 1000, उपाधार संख्या = 2000, अनुपात = 2

$(2003)^5 = (2)^4 \{2000 + 5 \times 003\} \mid A\ (2)^3\ (003)^2 \mid A\ (2)^2\ (003)^3 \mid 5(2)(003)^4 \mid (003)^5$
$= 10\ (200F) \mid 50\ (009) \mid 28\ (1B) \mid A(51) \mid 0F3$
$= 200F02D043832A0F3$

(छ) X = 16, आधार संख्या = 1000

$(1002)^5 = 1000 + 5 \times 002 \mid A\ (002)^2 \mid A\ (002)^3 \mid 5\ (002)^4 \mid (002)^5$
$= 100\ A \mid 028 \mid 050 \mid 050 \mid 020$
$= 100A028050050020$

आधार संख्या के निकट की संख्याओं के लिये अनुपात = 1 एवं उपाधार संख्या के स्थान पर आधार संख्या लेकर गणना की जाती है।

4. विभाजनीयता :

दा मिक प्रणाली में 2,3,4,5,6,8, 9 एवं 11 की विभाजनीयता को संख्या को देखकर ही समझा जा सकता है परन्तु अन्य संख्याओं की विभाजनीयता हेतु भाग संकिया का ही आश्रय लेना पड़ता है। यहॉं पर विभाजनीयता की चार विधियों की चर्चा की गई है जो कि सभी अंक प्रणालियों के लिये स्वयंसिद्ध हैं। विभाजित होने की अवस्था में भागफल भी तुरन्त ज्ञात किया जा सकता है।

4.1 एकाधिकेन पूर्वेण विधि :

इसमें ऐसी संख्याओं के विभाजनीयता गुण का अध्ययन किया जाता है जिनके इकाई का अंक सर्वोच्च अंक होता है। प्रकिया निम्नवत है–

,dkf/kdsu iwoZs.k lw= }kjk izkpyd Kkr fd;k tkrk gS izR;sd LFkku gsrq }U};ksx Kkr fd;k tkrk gSA ;fn loksZPp LFkku ij Lo;a ;k Hkktd dk iw.kZ xq.kt izklr gksrk gS rks la[;k Hkktd ls iw.kZr;k foHkkftr gksrh gS vU;Fkk ughaA HkkxQy ds fy;s izR;sd }U};ksx ds bdkbZ ds vad esa ^^fu[kya uor% pjea n"kr%** lw= dk O;kid vFkksZ esa iz;ksx fd;k tkrk gSA**

(च) X = 16, भाज्य = 1 AB 45 AB 004231, भाजक = 2 FFFF प्राचलक = 2 FFFF + 1 = 30000 अर्थात 3
भून्यों की संख्या = 4

1 AB 45 AB00
4231

FFFF x 3+1+1 7193x3+1+AB45 4 2 3 1 x 3 +AB00 4231

2FFFF **1FFFF**
17193 **4231**
FFFF FFFF
7193 4231
0000 0000
8E6C BDCF

संख्या विभाजित होती है एवं भागफल 8E6CBDCF है।

4.2. एकन्यूनेन पूर्वेण विधि :

Vijnana Bharati

इस विधि में ऐसे भाजकों के विभाजनीयता गुण का अध्ययन किया जाता है जिसके इकाई का अंक 1 होता है। प्रक्रिया निम्नवत है –'एकन्यूनेन पूर्वेण" सूत्र द्वारा प्राचलक ज्ञात किया जाता है यह ऋणात्मक होता है। प्रत्येक स्थान हेतु द्वन्द्वयोग ज्ञात किया जाता है। यदि सर्वोच्च स्थान पर भाजक या भून्य प्राप्त होता है तो संख्या भाजक से पूर्णतया विभाजित होती है अन्यथा नहीं। भागफल के लिये प्रत्येक द्वन्द्वयोग के इकाई अंक को लिखा जाता है ।यही भागफल है।

(छ) X = 16,भाज्य= 23486FBD321F865AB ,भाजक= 2001,प्राचलक=2001–1 = 2000 अर्थात 2 ,भून्यों की संख्या = 3

23 486 FBD
321 F86 5AB
011x 2 + 1 +23 A3Bx 2 +1+486 54 1x 2 +FBD
430x 2 +321 5ABx 2 +F86 5AB
0 1 011 1A3B 54 1
430 5AB
0 011 A3B
54 1 430 5AB
11 A3A
AC1 430 5AB

संख्या विभाजित होती है एवं भागफल 11 A3AAC14305AB है।

4.3 आनुरूप्येण + एकाधिकेन पूर्वेण विधि :

जब किसी भाजक में किसी अंक का गुणा करने पर भाजक का इकाई अंक सर्वोच्च अंक हो जाता है तो इस विधि का उपयोग किया जाता है। क्रियापद निम्नवत है– "आनुरूप्येण" उपसूत्र से भाजक के इकाई अंक को सर्वोच्च अंक के रूप में रूपान्तरित किया जाता है। संक्रिया "एकाधिकेन पूर्वेण" विधि से की जाती है। भागफल के लिये प्राप्त भागफल में आनुरूप्येण अंक से गुणा करने पर अभीश्ट भागफल प्राप्त होता है। सामान्यतया सर्वोच्च स्थान पर उपाधार संख्या प्राप्त होती है।

(ज) X = 16भाजक = 13 ,भाज्य = 106960प्राचलक = 13 x 5 + 1 = 5F + 1 =60, अर्थात 6 है।

1 0 6 9 6 0
39 29 56 2D 6 0
6 6 9 2 A 0
x 5
20 0 D D 2 0

संख्या 106960, भाजक 13 से विभाजित है एवं भागफल DD20 है।

4.4 आनुरूप्येण + एक न्यूनेन पूर्वेण विधि :

जब किसी भाजक में किसी अंक का गुणा करने पर भाजक का इकाई अंक 1 होता जाता है तो इस विधि का उपयोग किया जाता है। कियापद निम्न है–

"आनुरूप्येण" उपसूत्र से भाजक को इकाई अंक 1 के रूप में रूपान्तरित किया जाता है। संक्रिया "एकन्यूनेन पूर्वेण" विधि से की जाती है। भागफल के लिये प्राप्त भागफल में आनुरूप्येण अंक से गुणा करने पर अभीश्ट भागफल प्राप्त होता है। सामान्यतया सर्वोच्च स्थान पर उपाधार संख्या प्राप्त होती है।

(झ) X = 16,भाज्य = 171369 ,भाजक = 1 B ,प्राचलक= 1Bx 3 –1 = 51–1 = 50 अर्थात 5

1 7 1 3 6 9
36 B 11 24 27 9
6 B 1 4 7 9 x 3
10 1 3 B 4 B
0 D A C B

संख्या विभाजित होती है एवं भागफल DACB है।

5. आवर्त द ामलव :

ऐसी विभिन्न संख्यायें जिनका हर किसी विशम संख्या का गुणज होता है तथा भाग की संक्रिया करने पर भागफल में एक ही अंक या अंक समूह की पुनराव त्ति होती है, आवर्ती संख्याओं के नाम से जानी जाती है।

5.1 : हर का इकाई अंक 1 हो :

(च) X = 16 भिन्न = 21/41 अं T =21 ,हर =41,प्राचलक 41 – 1 = 40 अर्थात 4 ,भून्यों की संख्या = 1

1

दायॉं भाग = 2

द्वन्द्व योग 4 x 2 4 x 0+24 x 8 4x2 4 x 1 + 2

8 2 20
8 2
8 2 0 8 2
1
21/41 = 2 2
21/41 = 0. 8 2 0 8 2 1
= 0. 81 F 8 1 F
= 0. 8 1 F

(छ) X = 16, भिन्न = 17/51

प्राचलक = 51 – 1 = 50 अर्थात 5

7

भून्यों की संख्या = 1 दायां अंक = 1

C 9 5 1 1 D 3 7 2 A 2 1 A 6 E 3 4 4 1 4 B C 6 8 8 2 7

17/51=0.2 1 4 2 3 3 1 4 1 1 1 3 3 1 2 2 2 1

= 0.4 8B0FCD6E9E06522C3F35BA781 9

5.2 हर का इकाई अंक सर्वोच्च अंक हो :

(च) x= 16 ,भिन्न = 12/1 F , प्राचलक =1F +1 =20 ,अर्थात 2

2

भून्यों की संख्या = 1 , दाया अंक = 1

9 4 A 5 2
12/1F = 0. 1 1
= 0. 9 4 A 5 2

(छ) X=16 , भिन्न = 22/1 FF , प्राचलक =1FF +1 =200 , अर्थात 2

भून्यों की संख्या = 2 , दाया अंक = 22

11 08 84 42 21 10 88 44 22
22/1FF = 0. 1 1
= 0.1108844 2 2 1108844422
= 0.11088442 2

5.3 हर का इकाई अंक अन्य अंक हो :

(च) x= 16 भिन्न = 21 / 1555 = 21x3 /(1555x3) = 63 /3FFF , प्राचलक =3FFF +1 =4000 ,अर्थात 4 भून्यों की संख्या = 3 , दायां अंक = 063 ,रुपान्तरित भिन्न = 63 /3 FFF

21/ 1555 = 0. 018C 063

Vijnana Bharati

(छ) x= 16 ,भिन्न = 13/25 , रुपान्तरित भिन्न = 13x3 /25x3 = 39 / 6F
,प्राचलक =6F +1 =70 ,अर्थात 7
9

भून्यों की संख्या = 1 , दाया अंक = 3

$$13/25 = 0.\underset{\cdot}{1}\ 3\ 2\ \underset{\cdot}{4}\ 6\ 8\ 3\ 7\ \underset{\cdot}{5}\ 9\ F\ 2\ 2\ \underset{\cdot}{9}$$

$$= 0.\ 8\ 3759F22\ 9$$

उपसंहार :

पूर्वोक्त प्रकरणों से स्वयंसिद्ध है कि वैदिक गणित के सूत्रों के सिद्धांत अत्यन्त सरल, सुस्पश्ट एवं तर्कसंगत हैं। गणनाओं की प्रचलित विधियों की व्याख्या भी इनके द्वारा संभव है। गणनाओं की जटिलता घट जाती है। कियापदों की संख्या भी अत्यल्प हो जाती है। गणनाओं की गति एवं परिणाम की भाुद्धता में आ ातीत वृद्धि होती है। यह सूत्र गणनाओं के लिये सहज एवं स ाक्त विकल्प प्रस्तुत करते हैं। सर्वथा प्रयुक्त परीक्षण पद्धति के कारण गणनाओं में रोचकता बढ़ जाती है।

उपर्युक्त विवेचन से सुस्पश्ट है कि एतद द श्टया तंत्रजाल एवं आज्ञावलि विकसित करने पर संगणकीय समय की गई गुना बचत की जा सकती है तथा उसकी क्षमता को अनेकों गुना बढ़ाया जा सकता है।

संदर्भ :

1. Jagadguru Swami Shri Bharti Krishna Tirth Ji Maharaj, Vedic Mathematics, Motilal Banarsi Das, Delhi (1965).
2. T.S. Bhanumurty, A Modern Introduction to Ancient Indian Mathematics, Willey Eastern Limited, Delhi (1992).
3. Indian Mathematics and Astronomy, Jnana Deep Publications, Bangalore (2000).
4. सुरे ा सोनी, भारत में विज्ञान की उज्जवल परम्परा, अर्चना प्रका ान, भोपाल (2003)
5. Kailash, Divisibility and Recurring Decimals, CSI Comm. (Computer Society of India). Vol. 19, No.4, pp. 11-14, 33.
6. Kailash, Divisibility (Decimal System) School Science (NCERT, New Dlehi) vol. 33, July 1995, pp. 28-32.
7. Kailash, Fast Evaluation of Recurring Decimals (Decimal System) School Science (NCERT, New Delhi) vol. 33, Sept. 1995, pp. 50-54.
8. कैला ा एवं अमित कुमार भार्मा, ोड ा अंकीय प्रणाली में गुणन एवं वैदिक गणित के सूत्रों एवं उपसूत्रों की उपादेयता, भारतीय वैज्ञानिक एवं औद्योगिक अनुसंधान पत्रिका, (नई दिल्ली) वर्श 12, जून 2004, पृ0119।

Vijnana Bharati