## M.S-3
## प्राचीन भारतीय वाङ्मय में कूटांक

ए0के0 भार्मा, एस0के0 श्रीवास्तव ' एवं कैला ा

**भौतिक विज्ञान विभाग, ब्रह्मानन्द महाविद्यालय, राठ, हमीरपुर, उ0प्र0 , 210431**
**भौतिक विज्ञान विभाग, बुन्देलखण्ड वि वविद्यालय, झांसी, उ0प्र0 , 284 128**

वेदप्रणीत गणित एवं ज्यौतिशादि ग्रन्थों में तीन प्रकार के कूटांकों का उपयोग किया जाता है । सामान्य जन हेतु सरलता, सहजता एवं स्मरण की द शिट से हमारे मनीशियों ने संख्याओं को भाब्दों के रुप में अव्यक्त किया है, जिससे बडी बडी संख्याओं को याद करने में सुविधा होती है, इनको भाब्द कूटांक कहा गया है। गणित एवं विज्ञान के क्षेत्र में संलग्न भोधकर्ताओं की द शिट से व्यंजनों को अंकों के रुप में व्यक्त करके सुविधाजनक भाब्द द्वारा किसी भी संख्या को कंठस्थ किया जा सकता है, इनको व्यंजन कूटांक कहना तर्कसंगत है। संगणक के क्षेत्र में कार्यरत वैज्ञानिकों की द शिट से स्वरों एवं व्यंजनों की सहायता से किसी भी बडी संख्या को कम अक्षरों द्वारा अि व्यक्त किया जा सकता है, इनको वर्ण कूटांक की श्रेणी में रखना श्रेयस्कर है। प्रस्तुत भोध में प्राचीन गणित में प्रयुक्त भाब्द, व्यंजन एवं वर्ण कूटांक तीनों को देवनागरी लिपि की वि िाश्टता का उल्लेख करते हुये सर्वसाधारण, गणितज्ञों एवं संगणक वैज्ञानिकों की द शिट से बोधगम्य बनाया गया है।

### 1. प्रस्तावना :

मानव आदि काल से ही अपनी भावनाओं एवं विचारों को संकेतों एवं भाशा के द्वारा अभिव्यक्त करता रहा है। गोपनीय संकेत सम्प्रेशित करने के लिये विभिन्न भाब्दावली का प्रयोग कूट भाशा कहलाती है। देवनागरी लिपि के अक्षरों का उपयोग करते हुये अंकों एवं संख्याओं को व्यक्त करना कूटांक कहलाता है। देवनागरी लिपि की वि ोशताओं का लाभ उठाते हुये तीन प्रकार के कूटांक बनाये जा सकते हैं। भाब्दों को अंकों एवं संख्याओं के रूप में व्यक्त करना " ाब्द कूटांक" कहलाता है। भाब्द कूटांकों का उपयोग गणित एवं ज्यौतिशादि ग्रन्थों में भरपूर किया गया है। देवनागरी लिपि के व्यंजनों को अंकों के रूप में एवं व्यंजनों एवं स्वरों से निर्मित भाब्दों को संख्याओं के रूप में व्यक्त करना "व्यंजन कूटांक" कहना उचित है। व्यंजन कूटांक का उपयोग भी गणित एवं ज्यौतिश के ग्रन्थों में प्राप्त होता है। देवनागरी लिपि के अक्षरों, आकार सहित व्यंजनों को अंकों एवं संख्याओं के रूप में तथा स्वरों को द ाघातीय संख्याओं के रूप में व्यक्त करना "वर्ण कूटांक" कहना श्रेयस्कर है। वर्ण कूटांकों का उपयोग भी गणित के ग्रन्थों में मिलता है।

### 2. भाब्द कूटांक :

देवनागरी लिपि से निर्मित भाब्दों को अंकों एवं संख्याओं के रूप में व्यक्त करना भाब्द कूटांक कहलाता है। भाब्द कूटांकों के माध्यम से रचित पद्य (स्लोक) द्वारा सर्वसाधारण मनुश्य भी बड़ी बड़ी संख्याओं को सुविधापूर्वक मुखस्थ कर सकता है। किसी अंक अथवा संख्या वि ोश के स्थान पर वि िाश्ट भाब्द अथवा उसके समानार्थी भाब्द का उपयोग " ाब्द कूटांक" कर श्रेणी में आते हैं। गणित एवं ज्योतिश के ग्रन्थों में प्रचलित भाब्द कूटांकों की सूची निम्नवत है।

0 – भून्यम्, पूर्ण, वियत् एवं आका ा के नाम (ख, अभ्र, नभ, गगन, ——)
1 – एक, रुप ,प थ्वी के नाम (भू, कु, अवनि, महि, ——), चन्द्रमा के नाम (चन्द्र, इन्दु, भाि ा, ——), क्षमा, उक्ता
2 – द्वौ, युगल, युग्म, युत, नेत्र के नाम (नेत्र, नैन, लोचन, अक्षि, द क, ——),यम के नाम (यम, अतंक, ——),
अि वनौ, दस्र, पक्ष, हाथ के नाम(हस्त, कर, बाहु, ——), अत्युक्ता
3 – त्रीणि, लोक, राम, गुण, क्रम, ि िव नेत्र, अग्नि के नाम (हुता ान, अग्नि, अनल, पावक,दहन, बह्नि, ि िखि,
——) मध्या
4 – चत्वारि, युग, वेद, श्रुति, क त, अश्टका, समुद्र के नाम (सागर, अब्धि, जलधि, अम्बुधि, अणवि,——)
प्रतिश्ठा
5 – पंच, प्राण, इन्द्रिय, तत्व, भूत, विशय, वाण के नाम ( ार, इशु, सायक, अक्ष, ——)अक्षि, अर्थ, सुप्रतिश्ठा
6 – ाट्, रस, अंग, ऋतु, ऊन ौल, अर्त्तव, तर्क, भात्रु के नाम (अरि, रिपु, ——), गायत्री
7 – सप्त, स्वर, आद्रि, ऋशि, (मुनि), भौल के नाम (अचल, नग, कुभृत, गिरि, भूभृत, भूधर, क्षमाधर, ——) अ व
के नाम (तुरग, हय, ——), उश्णिक
8 – अश्ट, वसु, गज के नाम (दन्ती, करी, कुंजर, ——), सर्प के नाम (नाग, अहि, वारण, व्याल, सिन्धुर,
भुजंग, इभा, कुम्भि, ——) द्विय, अनुश्टुप्
9 – नव, नन्द, अंक, गो, ग्रह, खेचर, छिद्र के नाम (छिद्र, रन्ध्र, विवर, अंतर, ——) व हती
10– द ा, पंक्ति, दि ाा के नाम (दिक्, काश्ठा, ——),
11– एकाद ा, ि िव के नाम (रूद्र, ई ा, मदनारि, भव, ——), भग, त्रिश्टुप्
12– द्वाद ा, सूर्य के नाम (रवि, अर्क, सूर्य, दिवाकर, तिग्यकर, आदित्य, मित्र, ——) जगती
13 – त्रयोद ा, वि वेदेव के नाम (वि व, ——), ऊन ाक्र, अति जगती
14 – चतुर्द ा, मनु, इन्द्र के नाम ( ाक्र, इन्द्र, सुरराज, ——) भाक्वरी
15 – पंचद ा, दिन्, तिथि, —— अति ाक्वरी
16 – ोाड ा, अश्टि, राजा के नाम (नृप, भूप, ——), संस्कार,
17 – सप्तद ा, अत्यश्टि, ऊनध ति, घन,
18 – अश्टाद ा, ध ति, पुराण
19 – ऊनवि ंति, अतिध ति (विध ति)
20 – वि ंति, क ति, नख के नाम (नख, करज, ——)
21 – एकवि ंति, मूर्छना, स्वर्ग, प्रक ति
22 – द्वावि ंति, आक ति
23 – त्रयोवि ंति, विक ति
24 – चतुर्वि ंति, जिन, सिद्ध, अर्हत्, संक ति
25 – पंचवि ंति, तत्वा, अतिक ति, अभिक ति
26 – ाड्वि ंति, उत्कृति
27 – सप्तवि ंति, नक्षत्र के नाम (भ, नक्षत्र, तारा, ——)
28 – अश्टावि ंति,
29 – ऊनवि ंत्
30 – त्रि ंत्
31 – एकत्रि ंत, अनरद्
32 – द्वात्रि ंत, दाँत के नाम (दन्त, रद् , द ान, ——)
33 – त्रयस्त्रि ंत्, देवता के नाम (विबुध, देव, अमर, सुद, ——)
360 – भा ा, चक्रां ा, भगणां ा भभोग – 800, तिथिभोग – 720
1800 – एक, भाि ाकला
21600 – चक्रकला, भगणकला, अचक्रकला, अहोरात्रासु

**भिन्नात्मक संख्यायें**

1/2 – अर्द्ध, दल 1/3 – त्रिलव 1/4 – चतुर्था ा, पाद, चरण, अंघ्रि

गणित के सूत्र "अंथानां वामतो नतिः" का उपयोग किया जाता है भास्कराचार्य

Vijnana Bharati

ने अपने ग्रन्थों में बड़ी बड़ी संख्याओं को मुखस्थ करने हेतु भाब्द कूटांक का उपयोग उपर्युक्त भाब्दावली का प्रयोग करते हुये किया है। लीलावती के द्वितीय खण्ड में वृत्त का विचार करते हुये कहा है कि

"व्यासे भनन्दाग्नि हते विभक्ते खबाणसूर्य्यैः परिधिः स सूक्ष्मः ।
द्वावि ातिघ्ने विह्वतेऽथ भौलैः स्थूलोऽथवा स्यात् व्यवहारयोग्यः ।।41।।"

इस भलोक का तात्पर्य है कि "व्यास में भनन्दाग्नि अर्थात् 3927 (भ = 27, नन्द = 9, अग्नि = 3) का गुणा करके तथा खबाणसूर्यै अर्थात् 1250(ख =0,बाण = 5,सूर्य = 12) से विभाजित करने पर वृत्त की सूक्ष्म परिधि प्राप्त हो जाती है। व्यास में 22 से गुणा करके तथा भौल अर्थात् 7 से विभाजित करने पर व्यवहार योग्य स्थूल परिधि प्राप्त होती है।"

"व्यासस्य वर्गे भनवाग्निनिघ्ने सूक्ष्मं फलं पंचसहस्त्रभक्ते।
रूद्राहते भाक्रह्मतेऽथवा वा स्यात्स्थूलं फलं तद्व्यवहार योग्यम् ।।43।।"

इसका अर्थ है कि "व्यास के वर्ग में भनवाग्नि अर्थात 3927 (भ = 27, नव = 9, अग्नि = 3) से गुणा करके तथा 5000 से विभाजित करने पर व त्त का सूक्ष्म क्षेत्रफल प्राप्त होता है। व्यास के वर्ग में रूद्र अर्थात 11 से गुणा करके तथा भाुक्र अर्थात 14 से विभाजित करने पर व त्त का स्थूल क्षेत्रफल प्राप्त होता है।"

उपरिलिखित दोनों भलोकों से सुस्पश्ट है कि वृत्त की परिधि एवं व्यास का अनुपात अर्थात् ।। का सूक्ष्म मान 3927/1250 एवं स्थूल मान 22/7 होता है।

व त्तान्तर्गत समत्रिभुज से लेकर समनवभुज की भुजा ज्ञात करने हेतु कहा है कि

"त्रिद्वि अंकाग्निनभ चन्दै स्त्रिबाणाश्टयुगाश्टिभिः।
वेदाग्निबाणखा वै च खखाभ्राभ्ररसै क्रमात् ।।46।।
बाणेशुनखबाणैः च द्विद्विनन्देशुसागरैः।
कुरामद ावेदै च व त्ते व्यासे समाहते ।।47।।
खखखाभ्रार्क सम्भक्ते लभ्यंते क्रम ो भुजाः
व त्तान्तस्थ्यसन्नपूर्वाणां नवान्तां प थक्प थक् ।।48।।

इन भलोकों का अभिप्राय है कि "वृत्त के अन्दर समत्रिभुज, समचतुर्भुज, समपंचभुज, समशडभुज, समसप्तभुज, समअश्टभुज एवं समनवभुज की भुजा ज्ञात करने के लिये व्यास को खखखाभ्रार्क अर्थात 120000 (ख = अभ्र = 0, अर्क = 12) से विभाजित करें। प्रत्येक की भुजा की गणना करने हेतु भागफल में क्रम ाः त्रिद्विअंकाग्निनभ चन्द्रैः अर्थात् 103923 (त्रि = 3, द्वि = 2, अंक = 9, अग्नि = 3, नभ = 0, चन्द्र = 1), त्रिबाणाश्टयुगाश्टभिः अर्थात् 84853 (त्रि = 3, बाण = 5, अश्ट = 8, युग = 4, अश्ट = 8), वेदाग्निबाणखा वैः अर्थात 70534 (वेद = 4, अग्नि = 3, बाण = 5, ख = 0, अ व = 7), खखाभ्राभ्ररसैः अर्थात् 60000 ( ख = अभ्र =0, ख = 6), बाणेशुनखबाणैः अर्थात् 52055 (बाण = 3शु =5, नख = 20), द्विद्विनन्देशुसागरैः अर्थात् 45922 (द्वि = 2, नन्द = 9, 3शु = 5, सागर = 4) एवं कुरामद ावेदैः अर्थात् 41031 ( कु = 1, राम = 3, द ा = 10, वेद = 4) से गुणा किया जाता है, जिससे अभीश्ट भुजा प्राप्त होती है।भास्कराचार्य ने सिद्धान्त ि ारोमणि के काल मान अध्याय में कहा है कि

"खखाभ्रदन्तसागरैर्युगाग्नियुग्मयभूगुणैः।
क्रमेण सूर्यवत्सरैः क तादयो युगाडघ्रयः ।।21।।"

इस भलोक का तात्पर्य है कि "सतयुग, त्रेतायुग, द्वापरयुग एवं कलियुग में खखाभ्रदन्तसागरै अर्थात 432000 (ख = अभ्र = 0, दन्त = 32, सागर = 4) के क्रम ाः युग अर्थात् चार गुना, अग्नि अर्थात तीन गुना, युग्म अर्थात दो गुना एवं भू अर्थात एक गुना वर्श होते हैं। अर्थात सतयुग में 1728000 वर्श, त्रेतायुग में 1296000 वर्श, द्वापरयुग में 864000 वर्श एवं कलियुग में 432000 वर्श होते हैं।"

स ाश्टिकाल का विचार करते हुये कहा है कि

याताः ाण्मनवो युगाग्नि भमितान्यन्यद्युगाडघ्रित्रयं
नन्दाद्रीन्दुगुणास्तथा भाकनृपस्यान्ते कलेर्वत्सराः
गोद्रीन्द्वद्रिक तांकदस्रनगगोचन्द्राः भाकाब्दान्विताः
सर्वे संकलिताः पितामहदिने स्युर्वत्तमाने गताः ।।28।।

इस भलोक का भावार्थ है कि सृश्टि के प्रारम्भ से अब तक छः मनु, सत्ताईस युग, तीन युगपाद एवं 3179 (नन्दाद्रीन्दुगुणाः) वर्श व्यतीत हो चुके हैं। सृश्टि के प्रारम्भ से अब तक कुल 1972947179 (गोद्रीन्द्वद्रिकृतांकदस्रनगगोचन्द्राः) वर्श व्यतीत हो चुके हैं। भगणाध्याय में विविध ग्रहों के कल्प में भण्णादि की चर्चा करते हुये कहा है कि अर्क भाुक्रबुधपर्यया विधेरहि कोटिगुणिता रदाब्धयः।

एत एव भानिजीवभूभुवां कीत्तिता च गणकै चलोच्चजाः।।1।।
खाभ्रखाभ्रगगनामदेन्द्रियक्ष्माधराद्रिविशया हिमद्युतेः।

युग्मयुग्म ारनागलोचनव्यालशण्नवयमा ि वनोऽस जः।।2।।
सिन्धुसिन्धुरनवाश्टगोऽंकशट्त्र्यंकसप्त ि ानो स ाघुजाः।
पंचपंचयुगशट्कलोचनद्विअन्धिशड्गुणामिता गुरोर्मताः ।।3।।
द्विनन्दवेदांकगजाग्निलोचनद्वि ून्य ैलाः सित ाघ्रपर्ययाः।
भुजंगनन्दनद्विनगांकबाणशट्क तेन्दवः सूर्यसुतस्य पर्ययाः ।।4।।

इन भलोकों का अर्थ है कि "सूर्य, भाुक्र एवं बुध के भगण 4320000000 (कोटि गुणिता रदाब्धयः)होते हैं। चन्द्रमा के भगण 57753300000 (खाभ्रखाभ्रगगनामरेन्द्रियक्ष्मरधरर्गद्रिविशया) हैं। मंगल ग्रह के भगण 22968285222 (युग्मयुग्म ारनागलोचनव्यालशण्नवयमा ि वनो) हैं। बुध के भाीघ्रोच्च भगणों की संख्या 17936998984 (सिन्धुसिन्धुरनवाश्टगोऽंकशट्त्र्यंकसप्त ि ाना) हैं। वृहस्पति के भगण 364226455 ( पंचपंचयुगशट्कलोचनद्विअन्धिशड्गुणामिता) हैं। भाुक्र के भीघ्रोच्च भगणों की संख्या 7022389492 ( द्विनन्दवेदांकगजाग्निलोचनद्वि ून्य ैलाः) हैं। भानि के भगण 146567298 (भुजंगनन्दनद्विनगांकबाणशट्कृतेन्दवः) हैं।

इसी प्रकार चन्द्रोच्च, चन्द्रपात एवं प थ्वी के भगणों की चर्चा करते हुये कहा है कि खाश्टाब्धयोऽश्टाक्षगजेशुबुयिग्द्वियद्विचाब्धयो द्विमंकयमा रदाग्नयः। भारेश्विभाः व्यक्षरसाःकुसागराः स्युः पूर्वगत्या तरणेर्मृदच्चजाः।।5।।
गजाश्टिभर्गत्रिरदा वनः कुभ द्रसा ि वनः कुद्वि ाराःकमर्न्तवः।
त्रिनन्दनागायुगकुंजरेशवो नि ाकराद् व्यस्तगपालपर्ययाः ।।6।।
खखेशुवेदशड्गुणाक तीभिभूतभूमयः भाताहता।
भर्या ि चमभ्रमा भवन्ति काहनि। ।7।।

इन भलोकों का अभिप्रायः है कि चन्द्रोच्च की भगण संख्या 488105858 (अश्टाक्षगजेशुबुयिग्द्वियद्विचाब्धयो) है। चन्द्रपात की भगण संख्या 232311168 (गजाश्टिभर्गत्रिरदा ि वनः) है। पृथ्वी के भगण 1582236450000 (खखेशुवेदशड्गुणाकृतीभिभूतभूमयः) हैं।

**3. व्यंजन कूटांक :**

अंकों को देवनागरी वर्णमाला के व्यंजनों के रूप में अथवा व्यंजनों को अंकों के रूप में अभिव्यक्त करके गणित की गणनाओं संबंधी जटिलताओं को अत्यन्त सरल , सहज एवं बोधगम्य बनाया जा सकता है। अंकों को व्यंजनों के रूप में व्यक्त करना "व्यंजन कूटांक" कहलाता है। यह कटपयादि सूत्रों के नाम से जाना जाता है, यह निम्नवत है– "कादि नव टादि नव पादि पंचक याद्यश्टक्र क्षः भून्यम् च" इसका अभिप्राय है "क आदि नव, ट क्र ट आदि नव, प आदि पंच, य आदि अश्ट और क्ष भून्य है"। उसको निम्नवत अभिव्यक्त किया जाता है–

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | क | ट | प | य |
| 2 | ख | ठ | फ | र |
| 3 | ग | ड | ब | ल |
| 4 | घ | ढ | भ | व |
| 5 | ड. | ण | म | भा |

Vijnana Bharati

| | | | |
|---|---|---|---|
| 6 | च | त | ा |
| 7 | छ | थ | स |
| 8 | ज | द | ह |
| 9 | झ | ध | |
| 0 | ञ | न | क्ष(क्षुद्र) |

उपर्युक्त विवेचन से सुस्पश्ट है कि अर्द्धाक्षर एवं मात्राओं को कूटांक के रूप में प्रयुक्त नहीं किया गया है। कटपयादि के विशय में

"कटपयवर्गभवैरिह पिण्डान्त्यैरक्षरैरंकाः
नत्रि च भून्यं श्रेयं तथा स्वरे केवले कथितम।"

कूटांक का उपयोग अधोलिखित है–

1. आवर्त द ामलव : विभिन्न आवर्त द ामलों की गणना अत्यन्त सरलता से की जा सकती है।

(अ) 1/7 का मान ज्ञात करने के लिये "केवलैः सप्तकं गुण्यात्" का प्रयोग किया जाता है। यहाँ पर "केवल" को कूटांक के रूप में प्रयोग किया गया है जिसका अर्थ है "143" । 143 में समान अंकों की संख्या जो कि मात्र अंक 9 से बनी हो, का गुणा करने पर 1/7 से प्राप्त होने वाला आवर्त द ामलव प्राप्त हो जाता है। यथा 1/7 = 143 ग 999 = 0.142857 "एकन्यूनेन पूर्वेण से"

(आ) 1/13 का मान ज्ञात करने के लिये "कलौ क्षुद्रससैः" का प्रयोग किया जाता है। "कलौ" का तात्पर्य है "13" तथा "क्षुद्रससैः" का अर्थ है "077", अतः 077 में 999 से गुणा करने पर 1/13 का मान ज्ञात हो जाता है। यथा 1/13 = 077 ग 999 = 0.076923

(इ) 1/17 का मान ज्ञात करने के लिये "कंसे क्षामदाहखलैर्यलैः" का प्रयोग किया जाता है। "कंसे" का अभिप्राय है "17" तथा "क्षामदाहखलैर्मलैः" का अर्थ है "05882353"। अतः 05882353 में 99999999 से गुणा करने पर 1/17 का मान ज्ञात हो जाता है। यथा 1/17 = 05882353 ग 99999999 = 0.0588235394117647

2.(अ) च/10 का मान :

च/10 का द ामलव के बत्तीस स्थानों तक भुद्ध मान ज्ञान करने के लिये अधोलिखित भलोक द नीय हैः– "गोपीभाग्यमधुव्रात श्रृंगि ोदधिसन्धिग।
खलजीवितखाताव गलहालारसंधर।।"

च/10 = 0.3141592653589793 2384626433832792

इस प्रकार अंकों के लम्बे व्यंजकों को सरलता से कंठस्थ किया जा सकता है तथा उचित अवसर पर उनका उपयोग भी किया जा सकता है।

(आ) च का मान : अधोलिखित भलोक का कूटांक की दृश्टि से विचार करें–

"चन्द्रां J चंद्रा धमकुंभिपाल।
आनूननून्नानन नुन्न नित्यम।।"

इसका अभिप्राय है कि "आनूननून्नानन नुन्न नित्यम" व्यास के व त्त की परिधि "चन्द्रां J चंद्रा धमकुंभिपाल" होती है।

व्यास = 1 आनूननून्नानन नुन्न नित्यम
00000000001

परिधि = चन्द्रां J चंद्रा धमकुंभि पाल
6 3 5 6 2 9 5 1 4 1 3

च = परिधि / व्यास = 31415926536 / 10000000000 = 3.1415926526

अर्थात द ामलव के दस स्थानों तक च का मान इस भलोक में दिया गया है तथा कूटांक को दायें से बायें प्रयुक्त किया गया है।महर्शि जैमिनि ने ज्योतिश के प्रसिद्ध फलित ग्रन्थ जैमिनि सूत्रम में व्यंजन कूटांक का उपयोग करते हुये विभिन्न सूत्रों की रचना की है।

दारभाग्यम ूलस्थार्गलानिध्यातुः ।। प्रथम पाद।5।।
दार = 28, भाग्य = 14, भूल = 35 (4,2,11)
कर्मणि पापे भूरः।। भुभे कातरः।।
म त्युचिन्तयोः पापे कर्शकः ।। द्वितीय पाद। 64–66 ।।
कर्म = 51, म त्यु = 15, चिन्त = 66 (3,3,6)

**4. वर्ण कूटांक :**

देवनागरी लिपि के आकार रहित व्यंजनों क् से म् को एक से लेकर पच्चीस तक की संख्याओं, य से ह तक 100 तक की द ा गुणित संख्याओं के रूप में तथा स्वरों को द ाघातीय संख्याओं के रूप में व्यक्त करना "वर्ण कूटांक" कहलाता है। भलोक निम्नवत है–

वर्गाक्षराणि वर्गेऽवर्गेऽवर्गाक्षराणि कात् ङ.यौ यः।
खद्विनवके स्वरा नव वर्गेऽवर्गेनवान्त्यवर्गे वा ।।

इस भलोक का भावार्थ है कि क् से प्रारम्भ करके वर्ग अक्षरों को वर्ग स्थानों में और अवर्ग अक्षरों को अवर्ग स्थानों में प्रयोग करना चाहिये। इस प्रकार ङ् और म् मिलकर (ङ्+म्) म् होते हैं। वर्ग और अवर्ग स्थानों के नव के इने भून्यों को नव स्वर व्यक्त करते हैं। नव वर्ग स्थानों एवं नव अवर्ग स्थानों के प चात अर्थात इनसे अधिक स्थानों के उपयोग की आव यकता होने पर इन्हीं नव स्वरों का उपयोग करना चाहिये। इसको निम्नवत अभिव्यक्त किया जाता है–

**भातपर्यन्त संख्यायें**

| | | |
|---|---|---|
| क् | ख् | ग् |
| घ् | ङ् | |
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | |
| च् | छ् | ज् |
| झ् | य् | |
| 6 | 7 | 8 |
| 9 | 10 | |
| ट् | ठ् | ड् |
| ढ् | ण् | |
| 11 | 12 | 13 |
| 14 | 15 | |
| त् | थ् | द् |
| ध् | न् | |
| 16 | 17 | 18 |
| 19 | 20 | |
| प् | फ् | ब् |
| भ् | म् | |
| 21 | 22 | 23 |
| 24 | 25 | |
| य् | र् | ल् |
| व् | | |
| 30 | 40 | 50 |
| 60 | | |
| भ् | ा | स् |
| ह् | | |
| 70 | 80 | 90 |
| 100 | | |

अइउण् । ऋल क। एओङ् ।ऐऔच् । अर्थात अ ,इ, उ, ऋ, ल , ए, ऐ, ओ, तथा औ नव स्वर हैं । इन स्वरों का उपयोग नव वर्ग और नव अवर्ग स्थानों को

Vijana Bharati

प्रकट करने के लिए करना है । कूटांक का प्रयोग करते समय निम्न बातें ध्यान में रखी जाती हैं।

(क) अर्द्धाक्षरों के मानों को जोड़ा जाता है।

(ख) किसी व्यंजन की मात्रा ही पूर्व प्रयुक्त अर्द्धाक्षर की मात्रा होती है।

(ग) दशघातीय संख्याओं का गुणन किया जाता है।

आर्यभट ने आर्यभटीय के 'दशगीतिका' प्रकरण में विभिन्न गणनाओं में प्रयुक्त होने वाली बड़ी–बड़ी संख्याओं को कूटांक रूप में अभिव्यक्त किया है।विभिन्न ग्रहों के युग में भगणों की संख्या की चर्चा करते हुये आर्यभट ने कहा है कि –युगरविभगणाः ख्युघृ भानि द्युशिखि द्युचल कुजबुधशीघ्रशुभ भृगुबुधसौराः ।।1।।

चन्द्रोच्चं ज्युश्खिध बुध सुगुरु थ न भ गु जशबिखुछ भोशार्काः।

बुफिनच पातविलोमा बुधाह् न्यजार्कोदयाच्च लंकायाम् ।।2।।

इन भलोकों का अभिप्राय है कि 'युग में सूर्य के भगणों की संख्या ख्युघृ अर्थात् {(ख+य्) ग उ + घ् ग ऋ} अथवा {(2+30) $10^4$ + 4ग$10^6$} या (32 ग $10^4$ + 4 ग $10^6$} अथवा 4320000 है।'

'चन्द्रमा की भगण संख्या चयगियिङु, द्युछ ल अर्थात {च् ग अ + य् ग अ + ग् ग इ + य् ग इ + ङ् ग उ + भा ग उ + (छ्+ल्) ग ऋ} अथवा {6 ग 1 + 30 ग 1 + 3 ग $10^2$ + 30 ग $10^2$ + 5 ग $10^4$ + 70 ग $10^4$ + (7+50) ग $10^6$} या 57753336 है'।

'कु अर्थात पृथ्वी पूर्व की ओर डिविद्युणल खु अर्थात {ड्. ग इ + भ् ग इ + ब् ग उ + ण् ग ल + (ख् + ल्) ग ऋ} अथवा 5 ग $10^2$ + 70 ग $10^2$ + 23 ग $10^4$ + 15 ग $10^8$ + (2 + 80) ग $10^6$} अर्थात 1582237500 बार घूमती है'।

भानि के भगणों की संख्या द्युडि.वघ्व अर्थात {ढ ग उ + (ड् + व्) ग इ + (घ् + व्) ग अ} अर्थात {14 ग $10^4$ + (5+60) ग $10^2$ + (4+60) ग 1} या 146564 है। गुरू अथवा वृहस्पति की भगण संख्या श्चिच्युभ अर्थात् {(ख् + र्) ग इ + (च् +य्) ग उ + भ् ग अ} अथवा {(2 + 40) ग $10^2$ + (6 + 30) ग $10^4$ + 24} या 364224 है। कुज अथवा मंगल के भगणों की संख्या भदिलझ्नुखृ अर्थात {भ् ग अ + (द् + ल्) ग इ + (झ् + न्) ग ङ + ख ग ऋ} या {24 ग 1 + (18 + 50) ग $10^2$ + (9 + 20) ग $10^4$ + 2 ग $10^6$} अथवा 2296824 है। भृगु अर्थात भाुक्र एवं बुध के भगणों की संख्या सूर्य की भांति होती है।

चन्द्रोच्च की भगण संख्या ज्युश्खिध अथवा {(ज्+र्) ग उ + (श्+ख्) ग इ + ध् ग अ} अर्थात् {(8+40) ग $10^4$ + (80+2) ग $10^2$ + 19 ग 1} अथवा 488219 है। बुध के भीघ्रोच्च की भगण संख्या सुगुरु थृन अर्थात (स् ग उ + ग् ग उ + भ् ग इ + थ् ग ऋ + न् ग अ} अथवा {90 ग $10^4$ + 3 ग $10^4$ + 70 ग $10^2$ + 17 ग $10^6$ + 20 ग 1) या 17937020 है। भाुक्र के भीघ्रोच्च की भगण संख्या जशबिखुछ अथवा (ज ग अ + श ग अ + ब ग इ + ख ग उ + छ ग ऋ) या (8 ग 1 + 80 ग 1 + 23 ग $10^2$ + 2 ग $10^4$ + 7 ग $10^6$) अर्थात 7022388 है। भोश अर्थात मंगल, गुरू एवं भानि के भीघ्रोच्च भगणों की संख्या सूर्य के भगणों की संख्या के समान होती है। चन्द्रपात के भगणों की संख्या विलोम अर्थात पूर्व से पश्चिम की ओर बुफिनच अथवा (ब् ग उ + फ ग इ + न ग अ + च ग अ) या (23 ग $10^4$ + 22 ग $10^2$ + 20 ग 1 + 6 ग 1) अर्थात 232226 है। ये भगण युग के आरम्भ में बुध के दिन लंका में सूर्योदय के समय से मेश राशि के प्रारम्भ से दिये गये हैं।।2।।

काल गणना करते हुये कहा है कि–

'काहो मनवो ढ मनुयुग भख गतास्ते च मनुयुग छनाच।
कल्पादेर्युगपादा ग च गुरूदिवसाच्च भारतीत्पूर्वम् ।।3।।

इस भलोक का अभिप्राय है कि 'ब्रह्मा के एक दिन में अर्थात एक कल्प में ढ अर्थात (ढ् ग अ) या 14 मनु होते हैं और एक मन्वन्तर में भख अर्थात {(भ + ख) ग अ} या {(70 + 2) ग 1} अथवा 72 युग होते हैं। कल्प के प्रारम्भ से महाभारत युद्ध के अन्तिम दिवस वृहस्पतिवार तक च अर्थात (च ग अ) या (6 ग 1) अथवा 6 मनु, छना अर्थात {(छ् + न) ग अ} या {(7 + 20) ग 1}अथवा 27 युग तथा ग् अर्थात (ग् ग अ) या (3 ग 1) अथवा 3 युगपाद बीत गये थे।।3।।

ज्यौतिशादि गणनाओं के सन्दर्भ में कहा है कि –

'शिशिरायश्ठ चक्रं तेंऽशकलायोजनानि य व ञ गुणाः।
प्राणेनैति कलां भूः खयुगां ो ग्रहजवो भवां ोऽर्कः।।4।।

इस भलोक का भावार्थ है कि 'चन्द्रमा की भगण संख्या को ठ अर्थात (ठ् ग अ) या (12 ग 1) अथवा 12 से गुणा करने पर राशियों की संख्या प्राप्त होती है। इसको य अर्थात (य् ग अ) अथवा (30 ग 1) या 30 से गुणने पर अंश प्राप्त होते हैं। अंशों की संख्या को व अथवा (व् ग अ) या (60 ग 1) अर्थात 60 से गुणने पर कलाओं की संख्या मिलती है तथा कलाओं की संख्या को ञ अथवा (य् ग अ) या (10 ग 1) अथवा 10 से गुणने पर आकाश का कक्ष्या मान योजन में प्राप्त होता है। एक प्राण के तुल्य समय में पृथ्वी एक कला घूमती है। आकाश कक्ष्या को युग के सावन दिनों से भाग देने पर ग्रहों की दैनिक गति प्राप्त हो जाती है। भकक्ष्या अर्थात नक्षत्र कक्ष्या का 'व' अंश अर्थात 60वां अंश सूर्य की कक्ष्या होती है ।।4।।

इस प्रकार एक चक्र = 12राशि = (12 ग 30) या 360 अंश = (360 ग 60) या 21600 कला = (21600 ग 10) या 216000 योजन। आर्यभट के अनुसार एक दिन = 60 नाड़ी या 3600 विनाड़ी = 21600 प्राण।

विभिन्न ग्रहों के व्यास के विशय में कहा है कि –

'नशियोजनं त्रिला भूव्यासोऽर्कन्द्वोर्घ्रिअगिणि क मेरोः।
भ गुगुरूबुध ानिभौमा शि ाड.ञणनमां ाकास्समार्कसमाः।।5।।

इस भलोक का अर्थ है कि 'शि अर्थात (श् ग इ) या (80 ग $10^2$) अर्थात 8000 नृ या नर के तुल्य एक योजन होता है। पृथ्वी का व्यास त्रिला अर्थात (त्र ग इ + ल ग अ) अथवा (10 ग $10^2$ + 50 ग 1) या 1050 योजन होता है। सूर्य का व्यास घ्रिज अर्थात {(घ् + र) ग इ + ञ ग अ} या {(4 + 40) ग $10^2$ + 10 ग 1} अथवा 4410 योजन है। चन्द्रमा का व्यास गिण अथवा (ग ग इ + ण ग अ) या (3 ग $10^2$ + 15 ग 1) अर्थात 315 योजन होता है। मेरू का व्यास क अर्थात (क ग अ) या (1 ग 1) अथवा एक योजन है। भाुक्र, वृहस्पति, बुध , भानि एवं मंगल के व्यास चन्द्रमा के व्यास के क्रम शः ड., ञ, ण, न एवं म गुना अर्थात 5, 10, 15, 20 तथा 25 गुने हैं। युग के वर्शों की संख्या सूर्य के भगणों की संख्या के समान होती है।।5।।

विभिन्न ग्रहों के विक्षेपादि की चर्चा करते हुये कहा है कि –

'भापक्रमो ग्रहां शि ाि विक्षेपोऽपमण्डलाज्झार्ध।
भानिगुरूकुज खकगार्धं भृगुबुध खस्वाड.गुलो घहस्तो ना।।16।।

इस भलोक का अर्थ है कि 'विशुवत वृत्त से ग्रहों का अपक्रम भ अथवा (भ ग अ) या 24 अंश है अर्थात रवि आदि ग्रह विशुवत वृत्त से 24 अंश उत्तर या दक्षिण जाते हैं। अपमण्डल अर्थात कान्तिवृत्त से चन्द्रमा का विक्षेप अथवा भार झ का आधा अर्थात (झ ग अ)/2 अथवा (9 ग 1)/2 अर्थात साढ़े चार अंश होता है। भानि, गुरू एवं मंगल का विक्षेप क्रम शः ख, क एवं ग/2 अंश अर्थात 2, 1 एवं 1 1/2 अंश है। भाुक्र एवं बुध के विक्षेप ख अंश अर्थात 2 अंश है। नर स्च अर्थात (स+च) ग अ या (90 + 6) ग 1 या अंगुल अथवा घ अर्थात 4 हाथ का होता है।।6।।

विभिन्न ग्रहों के गमनादि के प्रथम पात एवं मन्द्रोच्च का विचार करते हुये कहा है कि–

'बुध भ गुकुजगुरु ानि नवराशह गत्वां ाकान्प्रथमपाताः।
सवितुरमीशांच तथा द्वा त्रिखि सा हृदा ह्नय खिच्च मन्दोच्यं ।।7।।

इस भलोक का अभिप्राय है कि 'बुध, भाुक्र, मंगल, गुरू एवं भानि ग्रहों के प्रथम पात मेशादि से गमन करके क्रम शः न, व, र, श एवं ह अंशों अर्थात 20, 60, 40, 80 एवं 100 अंशों पर स्थित है। सूर्य का मन्दोच्च द्व अर्थात (द + व) ग अ या 78 अंश, बुध का मन्दोच्च त्रिखि अर्थात (त्र ग अ + ख ग

Vijana Bharati

इ) या 10 ग 1 + 2 ग $10^2$) या 210 अं ा, भुक्र का मन्दोच्च स अर्थात (स ग अ) या (90 ग 1) या 90 अं ा, मंगल का मन्दोच्च ह्रद या (ह + द) ग अ अथवा (100 + 18) ग 1 या 118 अं ा गुरू का मन्दोच्च ह्रय या {(ह + ल) ग अ + य ग अ} या {( 100 +50) ग 1 + 30 ग 1} या 180 अं ा तथा भानि का मन्दोच्च खिच्च अर्थात {ख ग इ + (च + य) ग अ} या { 2 ग $10^2$ + (6 +30) ग 1} या 236 अं ा पर स्थित है। ।।7।।

विभिन्न ग्रहों की परिधियों का उल्लेख करते हुये कहा है कि–

झार्धानित्तं मन्दव भा ान छ गछघढछझ यथोक्तेभ्यः।
झ ग्ड ग्ल झ्ल द्ड तथा भानिगुरूकुजभृगुबुधोच्च भीघ्रेभ्यः।।8।।
मन्दात ड. खदजडा वक्रिणां द्वितीये पदे चतुर्थे च।
जाण क्ल छ्ल झ्नोच्चाच्छीघ्रात् गियिड ा कुवायु कक्ष्यान्त्या ।।9।।

इन भलोकों का भावार्थ है कि 'झ के आधे अर्थात 9 के आधे अर्थात 4 1/2 से विभाजित करने पर चन्द्रमा के मन्दवृत्त की परिधि प्रथम तथा तृतीय पद में छ अर्थात 7 है। सूर्य, बुध, भुक, मंगल, गुरू एवं भानि के मन्दवृत्त की परिधि प्रथम तथा तृतीय पद में कम ाः ग, छ, घ, झ, छ एवं झ अर्थात 3,7,4,14,7 एवं 9 हैं। भानि, वृहस्पति, मंगल, भुक एवं बुध की भीघ्र परिधि प्रथम तथा तृतीय पद में कम ाः झ, ग्ल, ग्ड, झ्ल तथा द्ड अर्थात 9,16,53,59 तथा 31 हैं।।8।। मन्दगति के कारण द्वितीय तथा चतुर्थ पदों में बुध, भुक, मंगल, वृहस्पति एवं भानि की परिधि कम ाः ड., ख, द, ज ,डा अर्थात 5,2,18, 8 एवं 13 हैं। भानि, वृहस्पति, मंगल, भुक तथा बुध की भीघ्र परिधि कम ाः जा, ण, क्ल, छ्ल एवं झ्न अर्थात 8,15,51,57 एवं 29 हैं। भूवायु कक्षा मान गिपिड ा अर्थात (ग ग इ + य ग इ + ड. ग अ + भा ग अ) या (3 ग $10^2$ + 30 ग $10^2$ + 5 ग 1 + 70 ग 1) या 3375 योजन है।।9।।

कलाओं में अर्द्धज्याखण्डों का विचार करते हुये कहा है कि

'मखि भखि फखि धखि णखि ञखि ड़खि हस्झ स्ककि किश्ग भघकि किंच्व।
घ्लकि किग्र हक्य धकि किच स्ग भझ ड्व ल्क प्त फछ कलार्धज्याः ।।10।।'

इस भलोक में अर्द्धज्याखण्डों के मान 3°45' के अन्तर पर दिये गये हैं। इनसे कमज्या तथा उत्क्रमज्या दोनों ही प्राप्त हो सकते हैं। उत्क्रमज्या प्राप्त करने के लिये इन खण्डों को उल्टे कम में लेना पडता है। कलाओं के रूप में अर्द्धज्याखण्डों के मान मखि अर्थात (म ग अ + ख ग इ) या (25 ग 1 + 2 ग $10^2$) अर्थात 225, भखि अर्थात (भ ग अ + ख ग इ) या (24 ग 1 + 2 ग $10^2$) अर्थात 224, फखि अर्थात (फ ग अ + ख ग इ) या (22 ग 1 + 2 ग $10^2$) अर्थात 222, धखि अर्थात (ध ग अ + ख ग इ) या (19 ग 1 + 2 ग $10^2$) अथवा 219, णखि अर्थात (ण ग अ + ख ग इ) या (15 ग 1 + 2 ग $10^2$) या 215, ञखि अर्थात (ञ ग अ + ख ग इ) या (10 ग 1 + 2 ग $10^2$) अथवा 210, ड.खि अर्थात (ड. ग अ + ख ग इ) या (5 ग 1 + 2 ग $10^2$) अर्थात 205, हस्झ अर्थात {(ह ग अ +(स + झ) ग अ) या (100 ग 1 + (90 + 9) ग 1)} अथवा 199 स्ककि अर्थात {(स + क) ग अ + क ग इ} या (90 + 1) ग 1 + 1 ग $10^2$} अर्थात 191, किश्ग अर्थात { क ग इ + (श + ग) ग अ} या {1 ग $10^2$ + (80+3) ग 1} अर्थात 183, भघकि अथवा {( ा + घ) ग अ + क ग इ} या {(70+4) ग 1 1ग $10^2$} अर्थात 174 किच्व अर्थात (क + इ) + (घ + व) ग अ ] या {1 ग $10^2$ + (4 + 60) ग 1} अर्थात 164 घ्लकि अर्थात {(घ + ल) ग अ + क ग इ} या {(4 + 50) ग 11 ग $10^2$} अर्थात 154, किग्र अर्थात {(क ग इ) + (ग + र ) ग अ} या {1 ग $10^2$ (3 + 40)} अर्थात 143, हक्य अर्थात {ह ग अ (क + य) ग अ} या {100 ग 1) +1 (1 + 30) ग 1} अर्थात 131, धकि अर्थात (ध ग अ + क ग इ} या (19 ग 1 + 1 ग $10^2$) 119, किच अर्थात (क ग इ + च ग अ) या (1 ग $10^2$ + 6 ग 1) या 106, स्ग अर्थात (स + य) ग अ या (90 + 3) ग 1 या 93, भझ अर्थात ( ा + झ) ग अ अथवा (70 + 9) ग 1 या 79, ड.व अर्थात (ड. + व) ग अ या (5 + 60) ग 1 या 65, ल्क अर्थात (ल + क) ग अ या (50 + 1) ग 1 या 51, प्त अर्थात (प + त) ग अ या (21 + 16) ग 1 या 37, फ अर्थात (फ ग अ) अथवा 22, छ अर्थात 7 हैं।

वर्तमान समय में अर्द्धज्या का मान निकालने के लिये व त्त के अर्द्धव्यास को एक माना जाता है। आर्यभट ने इसका मान 3438' इस आधार पर माना है कि व त्त की परिधि में कुल 21600 कलायें होती हैं ।आर्यभट ने व त्त की परिधि एवं व्यास का अनुपात अर्थात का मान 3927/1250 अर्थात 3.1416 ज्ञात किया था। च के इस मान से अर्द्धव्यास का मान 3437'44''19'''26'''' प्राप्त होता है।

**5. उपसंहार :**

उपर्युक्त विवेचन से स्पश्ट है कि हमारे पूर्वज श्रेश्ठ एवं उच्चकोटि के गणितज्ञ थे तथा सामान्य जन को सुलभ भाशा में गणित को प्रस्तुत करते थे। भाब्द कूटांक द्वारा व्यक्त संख्या सर्वसाधारण व्यक्ति कंठस्थ कर सकता है। गणितज्ञों, वैज्ञानिकों एवं ज्यौतिशियों की दृश्टि से व्यंजन कूटांक अत्यंत उपयोगी हैं। संगणक वैज्ञानिकों के लिये वर्ण कूटांक अमूल्य धरोहर है, जिसकी उपादेयता प्रयत्नों की पराकाश्ठा से स्वयं सिद्ध होगी।

**संदर्भ ग्रन्थ :**

1ए Tirth, B.K.. Vedic Mathematric, Motilal Banarasi Das, Delhi (1995)

2. Bhanumurthy, T.S., A Modern Introduction to Ancient Indian Mathematics, Willey Eastern Limited, Delhi (1992).

3. Kailash, Divisibility and Recurring Decimals, CSI Comm. (Computer Society of India). Vol. 19, No.4, pp. 11-14, 33.

4. Kailash, Divisibility (Decimal system) School Science (NCERT, New Dlehi) vol. 33, July 1995, pp. 28-32.

5. Kailash, Fast Evaluation of Recurring Decimals (Decimal System) School Science (NCERT, New Delhi) vol. 33, Sept. 1995, pp. 50-54.

6- रामनिवास राय आर्यभट क त, आर्यभटीय, भारतीय राश्ट्रीय विज्ञान अकादमी नई दिल्ली (1976)

7. सुरे ाचंद्र मिश्र, जैमिनि सूत्रम ,रंजन पब्लिके ांस, नई दिल्ली (1998)

Vijnana Bharati